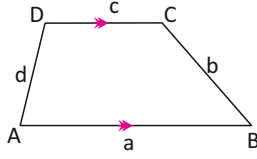
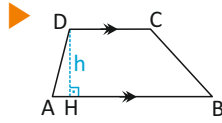
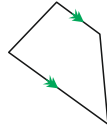
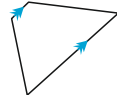
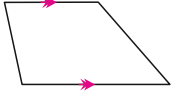


YAMUK:

☀ İki kenarı paralel olan dörtgenlerdir.

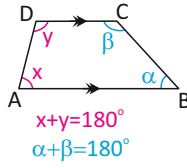


$[AB] // [DC]$
 $[AB]$ alt taban
 $[DC]$ üst taban
 $[AD]$ ve $[BC]$ yan kenarlar

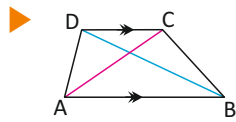


$[AB] // [DC]$

$[DH]$ yükseklik $|DH| = h$



$x + y = 180^\circ$
 $\alpha + \beta = 180^\circ$

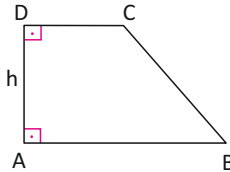


$[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler
 $|AC| = e$
 $|BD| = f$
 $e \neq f$

► Köşegenler dik kesişmezler, birbirlerini ortalamazlar.

DİK YAMUK

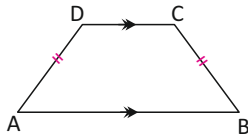
☀ Bir açısı 90° olan yamuklardır.



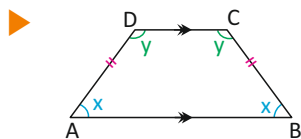
► $[AD]$ yamuğun yüksekliğidir.
 Köşegenlerin uzunlukları eşit değildir.
 Köşegenler dik kesişmezler, birbirlerini ortalamazlar.

İKİZKENAR YAMUK

☀ Yan kenar uzunlukları eşit olan yamuklardır.

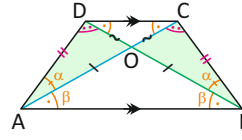


$[AB] // [DC]$
 $|AD| = |BC|$



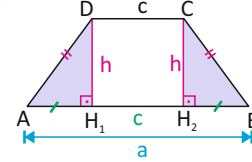
$m(\hat{DAB}) = m(\hat{CBA}) = x$
 $m(\hat{ADC}) = m(\hat{BCD}) = y$

► İkizkenar yamukta köşegen uzunlukları eşittir.



$[AB] // [DC]$
 $|AC| = |BD|$
 $e = f$
 $|AO| = |OB|$
 $|DO| = |OC|$

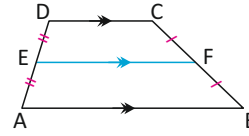
►



$|AH_1| = |BH_2| = \frac{a-c}{2}$

Orta Taban:

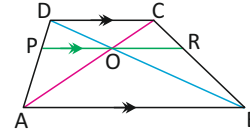
☀ Yan kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasıdır.



$[AB] // [DC]$
 $|AE| = |ED|$
 $|BF| = |FC|$
 $[EF]$ orta taban
 $[EF] // [AB] // [DC]$

Harmonik Taban:

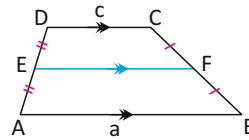
☀ Köşegenlerin kesim noktasından tabanlara çizilen paraleldir.



$[PR]$ harmonik taban

Yamuk Özellikleri:

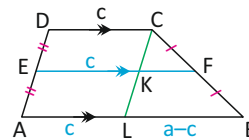
1) Yamukta orta tabanın uzunluğu alt ve üst tabanların uzunlukları toplamının yarısıdır (aritmetik ortasıdır).



$[AB] // [DC]$
 $|AE| = |ED|$
 $|BF| = |FC|$
 $[EF]$ orta taban
 $[EF] // [AB] // [DC]$

$$|EF| = \frac{a+c}{2}$$

İspat:



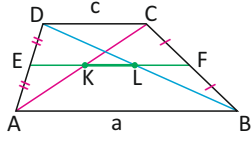
$[CL] // [DA]$ olacak biçimde
 $[CL]$ çizilirse
 $|AL| = c$ ve $|LB| = a - c$

CLB üçgeninde $[KF]$ orta taban olacağından

$$|KF| = \frac{a-c}{2}$$

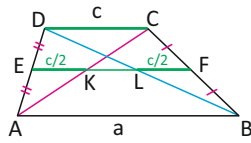
$$|EF| = c + \frac{a-c}{2} \Rightarrow |EF| = \frac{a+c}{2} \text{ elde edilir.}$$

- 2) Yamukta orta tabanın köşegenler arasında kalan parçasının uzunluğu alt ve üst tabanların uzunlukları farkının yarısıdır.



$$\begin{aligned} [AB] // [DC] \\ |AE| = |ED| \\ |BF| = |FC| \\ [EF] \text{ orta taban} \\ |KL| = \frac{a-c}{2} \end{aligned}$$

İspat:



[EF] orta taban

olduğundan $|EF| = \frac{a+c}{2}$

ADC üçgeninde [EK]
orta taban olduğundan

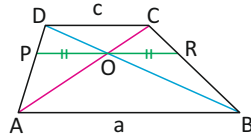
$$|EK| = \frac{c}{2}$$

BCD üçgeninde [LF]
orta taban olduğundan

$$|LF| = \frac{c}{2}$$

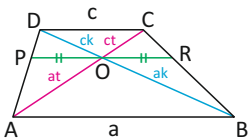
$$|KL| = |EF| - (|EK| + |LF|) = \frac{a+c}{2} - \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{2}\right) = \frac{a-c}{2}$$

- 3) Yamukta harmonik tabanın uzunluğu alt ve üst taban uzunluklarının harmonik ortasıdır.



$$\begin{aligned} [PR] // [AB] // [DC] \\ |PO| = |OR| = \frac{\frac{a \cdot c}{a+c}}{2} \\ |PR| = \frac{2 \cdot a \cdot c}{a+c} \end{aligned}$$

İspat: Yarı harmonik benzerlikten kolaylıkla ispatlanır.



AOB ~ COD olduğundan
(kelebek benzerliği)
 $|AO| = at$ ve $|CO| = ct$
 $|BO| = ak$ ve $|DO| = ck$
alınabilir.

APO ~ ADC olduğundan

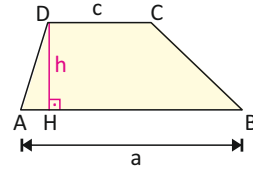
$$\frac{|PO|}{c} = \frac{a \cdot t}{(a+c) \cdot t} \Rightarrow |PO| = \frac{a \cdot c}{a+c}$$

BRO ~ BCD olduğundan

$$\frac{|OR|}{c} = \frac{a \cdot k}{(a+c) \cdot k} \Rightarrow |OR| = \frac{a \cdot c}{a+c}$$

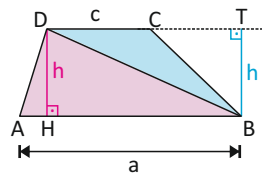
$$\Rightarrow |PR| = \frac{2 \cdot a \cdot c}{a+c}$$

- 4) Yamuğun alanı, alt ve üst taban uzunlukları toplamı ile yamuğun yüksekliğinin çarpımının yarısıdır.



$$\begin{aligned} [AB] // [DC] \\ [DH] \perp [AB] \\ |DH| = h \\ A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2} \end{aligned}$$

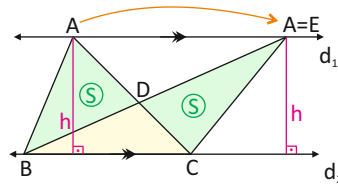
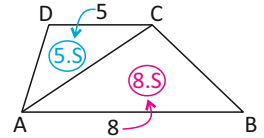
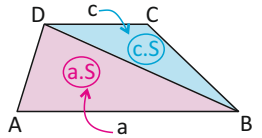
İspat:



Paralel doğrular
arasındaki uzaklık
her noktada aynıdır.
B'den yükseklik
çizilirse
 $|BT| = |DH| = h$

$$\begin{aligned} A(DAB) &= \frac{a \cdot h}{2} \\ A(BCD) &= \frac{c \cdot h}{2} \end{aligned} \Rightarrow A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

- Buna göre, yamukta bir köşegen çizildiğinde oluşan iki üçgenin alanı, tabanlar oranında dağılır.

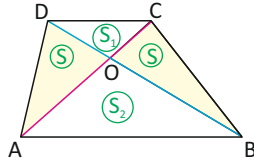


$d_1 // d_2$ ise
 $A(ABC) = A(EBC)$
dolayısıyla
 $A(ABD) = A(ECD)$

ABC ve EBC üçgenlerinin alanları eşit ve BCD her iki üçgende ortak bölge olduğundan yeşil üçgenlerin alanları eşittir.

- A noktası d_1 üzerinde istenilen yere kaydırılabilir, üçgenin alanı değişmez.

- 5) Bir yamukta köşegenler çizilirse oluşan üçgenlerden yan kenarlar üzerindeki üçgenlerin alanları eşittir. Karşılıklı üçgenlerin alanları çarpımı eşittir.

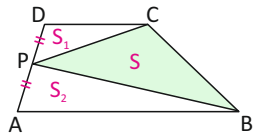


$$\begin{aligned} [DC] // [AB] \\ A(AOD) = A(BOC) = S \\ A(DOC) = S_1 \\ A(AOB) = S_2 \\ S^2 = S_1 \cdot S_2 \end{aligned}$$

İspat:

$$\begin{aligned} AOB \sim COD \text{ olduğundan} \\ |AO| = a.t \text{ ve } |CO| = c.t \\ |BO| = a.n \text{ ve } |DO| = c.n \\ \text{Benzerlik oranı} = k = \frac{c}{a} \\ k^2 = \frac{c^2}{a^2} \Rightarrow A(DOC) = c^2.S \text{ ve } A(AOB) = a^2.S \\ \left. \begin{aligned} c.t \rightarrow c^2.S \Rightarrow a.t \rightarrow a.c.S \\ c.n \rightarrow c^2.S \Rightarrow a.n \rightarrow a.c.S \end{aligned} \right\} \Rightarrow A(AOD) = A(BOC) = a.c.S \\ (a.c.S) \cdot (a.c.S) = (a^2.S) \cdot (c^2.S) \Rightarrow S^2 = S_1 \cdot S_2 \end{aligned}$$

- 6) Bir yamukta yan kenarlardan birinin orta noktası karşı köşelerle birleştirilirse oluşan üçgenin alanı yamuğun alanının yarısıdır.

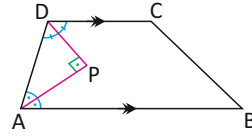


$$\begin{aligned} [DC] // [AB] \\ |DP| = |PA| \\ A(DPC) = S_1 \\ A(APB) = S_2 \\ A(CPB) = S \\ S = S_1 + S_2 \end{aligned}$$

İspat:

$$\begin{aligned} [CD] \text{ ve } [BP] \text{ uzatılırsa } APB \cong DPT \text{ olduğundan } |BP| = |PT| \\ A(DPT) = A(APB) = S_2 \\ CTB \text{ üçgeninde P orta nokta olduğundan} \\ A(CPT) = A(CPB) \Rightarrow S = S_1 + S_2 \\ A(CPB) = \frac{A(ABCD)}{2} \end{aligned}$$

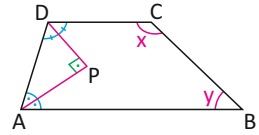
- 7) Bir yamukta yan kenarların uçlarındaki köşelerden çizilen açıortayların oluşturduğu açı 90° dir.



$$\begin{aligned} [DC] // [AB] \\ m(\hat{DAP}) = m(\hat{PAB}) \\ m(\hat{ADP}) = m(\hat{PDC}) \text{ ise} \\ m(\hat{DPA}) = 90^\circ \end{aligned}$$

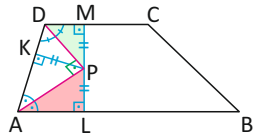
İspat:

Dörtgende ardışık iki köşedeki açıortayların oluşturduğu açının ölçüsü diğer iki köşedeki açının ölçülerinin toplamının yarısıdır.



$$\begin{aligned} m(\hat{DCB}) = x \\ m(\hat{ABC}) = y \text{ ise} \\ x + y = 180^\circ \\ m(\hat{DPA}) = \frac{x+y}{2} \Rightarrow m(\hat{DPA}) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \end{aligned}$$

► Bunun sonucu olarak:

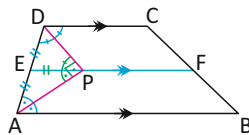


Açıortay üzerindeki bir noktadan kollara indirilen dikmelerin uzunlukları eşit olduğundan $|PK| = |PL| = |PM|$

P noktası yüksekliğin orta noktasıdır.

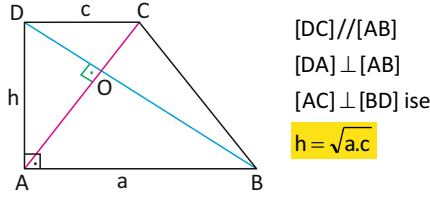
ALP üçgeni ile PMD üçgeni arasında üç dikme benzerliği bulunmaktadır.

► Yine P noktasından tabanlara paralel çizilirse orta taban oluşur.

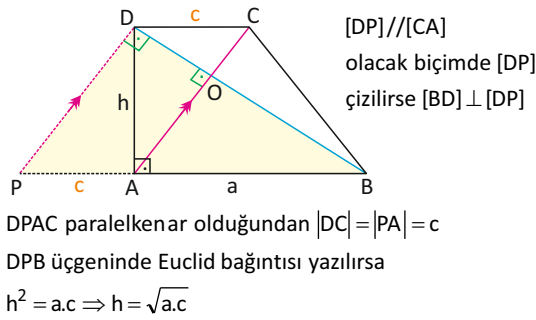


$$\begin{aligned} [EF] \text{ orta taban} \\ |ED| = |EA| = |EP| \end{aligned}$$

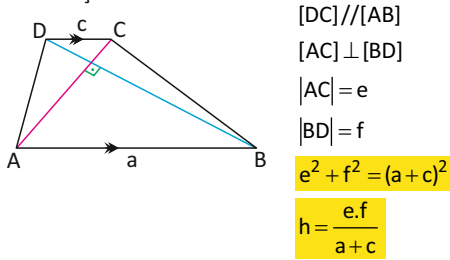
- 8) Bir dik yamukta köşegenler dik kesişiyorsa yamuğun yüksekliği alt ve üst tabanların geometrik ortasıdır.



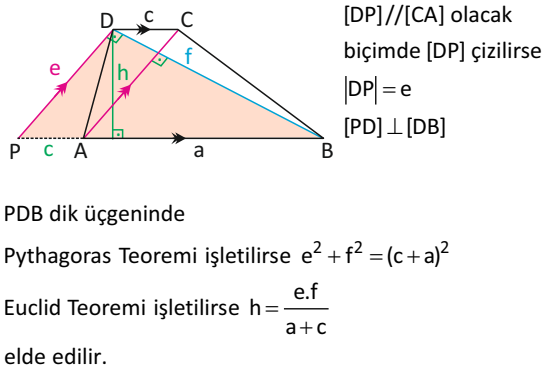
İspat:



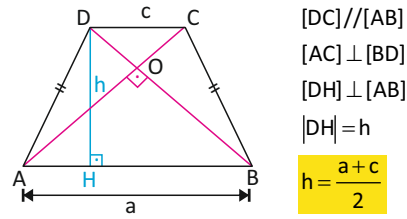
- 9) Bir yamukta köşegenler dik kesişiyorsa köşegenlerin kareleri toplamı alt ve üst tabanların toplamının karesine eşittir. Yükseklik, köşegenler çarpımının tabanlar toplamı oranına eşittir.



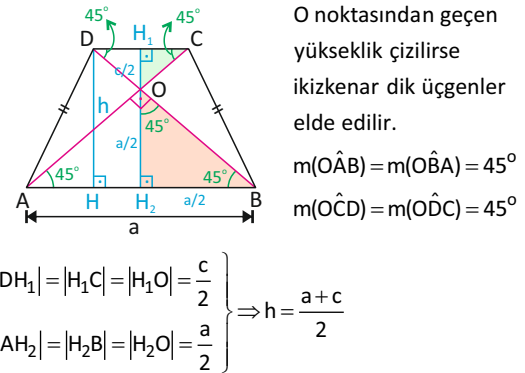
İspat:



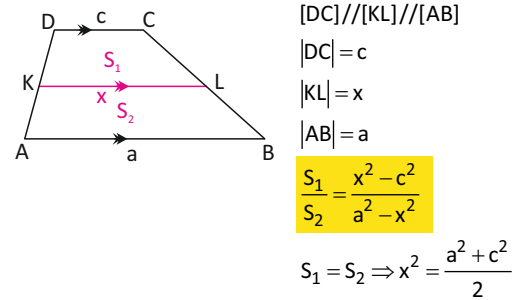
- 10) Bir ikizkenar yamukta köşegenler dik kesişiyorsa yükseklik alt ve üst tabanın aritmetik ortasıdır.



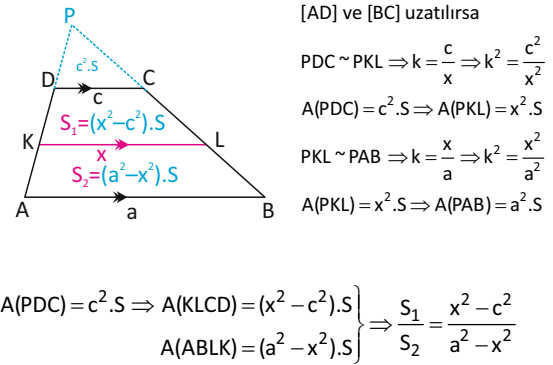
İspat:



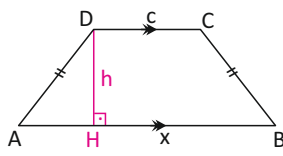
- 11) Bir yamukta alt ve üst tabanlara paralel doğru çizilirse elde edilen yamukların alanlar oranı yazılabilir.



İspat: T2 benzerliği ile ispatlanabilir.



12) İkizkenar yamukta bir yükseklik çizilirse taban üzerinde ayırdığı parçalardan büyük olanı ile yüksekliğin çarpımı yamuğun alanını verir.



$$[DC] \parallel [AB]$$

$$[DH] \perp [AB]$$

$$|DA| = |CB|$$

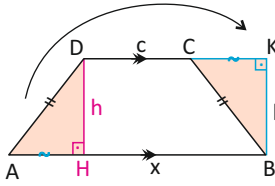
$$|DC| = c$$

$$|HB| = x$$

$$|DH| = h$$

$$A(ABCD) = x \cdot h$$

İspat:



$$DHA \cong BKC$$

DHA dik üçgeni

yerine BKC dik

üçgeni eklenirse

ABCD yamuğunun

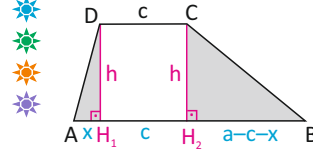
alanı HBKD dikdörtgenin

alanına dönüşür.

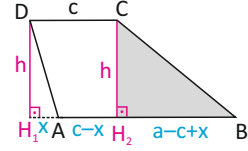
$$A(ABCD) = A(HBKD) = x \cdot h$$

Yamuk Soruları Çözülürken:

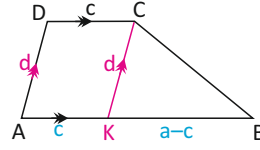
Yükseklikleri çizmeyi deneyiniz.



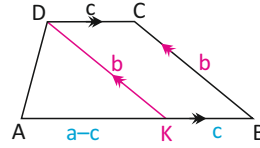
ADH_1 ve BCH_2 dik üçgenlerinde Pythagoras Teoremi yazılabilir.



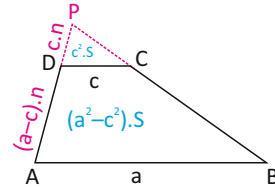
Yan kenarlardan birine paralel çizmeyi deneyiniz.



$AKCD$ paralelkenardır. CKB üçgeni genellikle özelliği bilinen bir üçgen olur.



Yan kenarları uzatmayı deneyiniz.



$PDC \sim PAB$ olduğundan benzerlik özellikleri kullanılabilir.

$$\text{Benzerlik oranı} = k = \frac{c}{a}$$

$$\text{Alanlar oranı} = k^2 = \frac{c^2}{a^2}$$

► Paralel doğruların olduğu her yerde beraberinde benzerliği ve özelliklerini hatırlayınız. Yamukta iki kenar paralel olduğundan T1, T2, kelebek benzerlikleri sık sık karşınıza çıkacaktır.