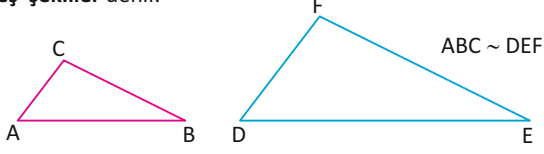


Üçgenlerde Benzerlik:

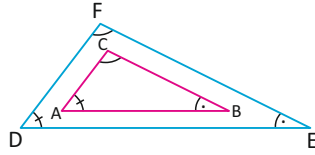
☀ Belirli bir pozisyonda tutulduklarında görünüşleri aynı olan şekillere **benzer şekiller** denir.

☀ Hem görünüşleri hem de büyüklükleri aynı olan şekillere **eş şekiller** denir.



► Benzerlik kurulurken hangi köşe hangi köşeye karşılık geliyorsa tespit edilerek köşe harfleri aynı sırada yazılır.

► ABC üçgeni ve DEF üçgeni benzer şekiller ise iç içe yerleştirdiğimizde:



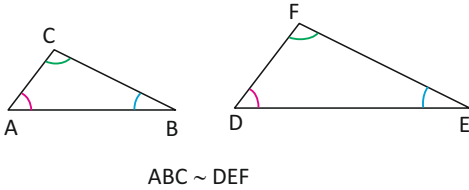
$$\frac{|DF|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{|EF|}{|BC|} = k$$

$$\begin{aligned} [DF] // [AC], \\ [DE] // [AB], \\ [EF] // [BC] \\ m(\hat{D}) = m(\hat{A}), \\ m(\hat{E}) = m(\hat{B}), \\ m(\hat{F}) = m(\hat{C}) \\ \text{olduğu anlaşılır.} \end{aligned}$$

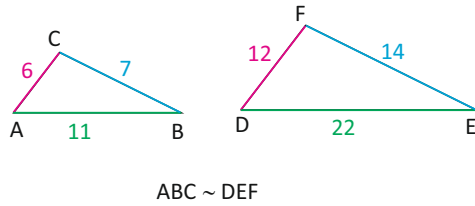
O halde iki üçgen benzerse karşılıklı açıları eşit ve karşılıklı kenarları orantılıdır. Buradaki k sayısına iki üçgenin **benzerlik oranı** denir. $k=1$ ise iki üçgen eşittir.

Benzerlik Teoremleri:

1) İki üçgenin karşılıklı olarak üç açısı eşit ise bu iki üçgen benzerdir.(AAA Teoremi).

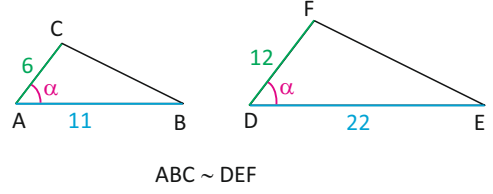


2) İki üçgenin karşılıklı kenarları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir.(KKK Teoremi).

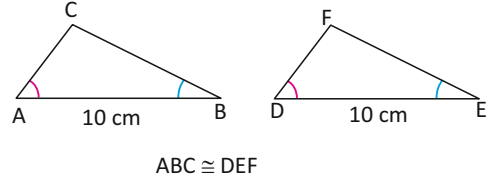


İki üçgenin benzerlik oranı $k=0,5$ veya $k=2$ 'dir.

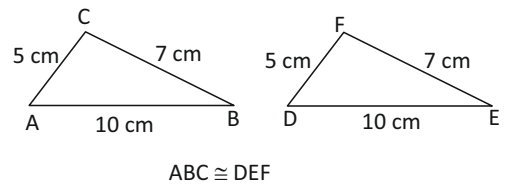
3) İki üçgende iki kenar karşılıklı olarak orantılı, bu kenarların oluşturdukları açılar eşit ise bu iki üçgen benzerdir. (KAK Teoremi)

**Eşlik Teoremleri:**

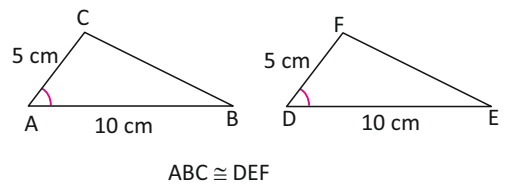
1) İki üçgenin karşılıklı olarak iki açısı eşit ve bu açılarının ortak kenarları eşit ise bu üçgenler eşittir(AKA Teoremi).



2) İki üçgenin karşılıklı üç kenarı eşit ise bu üçgenler eşittir (KKK Teoremi).



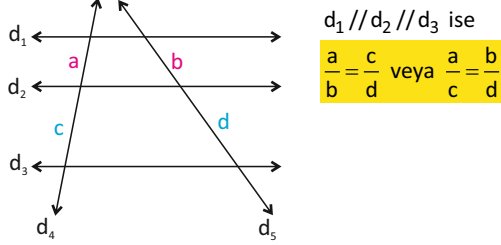
3) İki üçgenin karşılıklı iki kenarı eşit, bu eşit kenarların oluşturdukları açılar da eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir (KAK Teoremi)



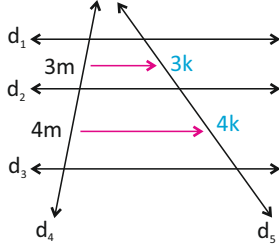
☀ Eşlik olması için iki üçgende en az birer kenarın eşit olması gerekir.

Temel Benzerlik Problemleri:

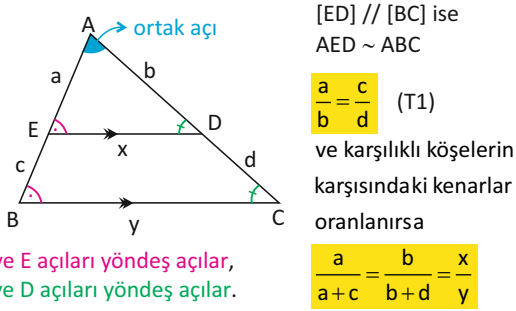
- 1) **Thales'in I. Teoremi:** Üç veya daha fazla paralel doğru, bunlara paralel olmayan iki doğruyla kesilirse paralellerin ortasında kalan doğru parçaları orantılıdır (T1 Teoremi).



- Benzerlik sorularında orantı kurulduğundan dolayı orantının özellikleri kullanılabilir.



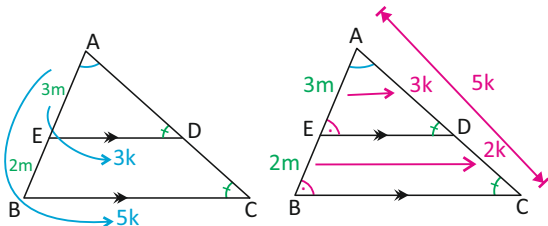
- 2) **Thales'in II. Teoremi:** Bir üçgende bir kenara bir paralel çizilirse meydana gelen iki üçgen benzerdir. (T2 Teoremi).



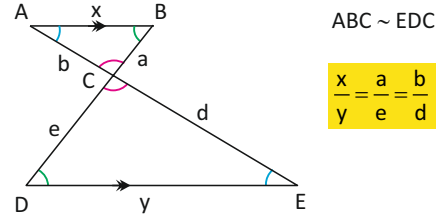
B ve E açıları yöndeş açılar,
C ve D açıları yöndeş açılar.

- Karşılıklı köşelerin karşısındaki kenarlar, orantı katsayısı ile ifade edilebilir.

|AE|=3m ve |EB|=2m ise ortak köşenin karşısındaki kenarlar |ED|=3k ve |BC|=5k alınabilir. T1 teoreminden |AD|=3k ve |DC|=2k yazılabilir.

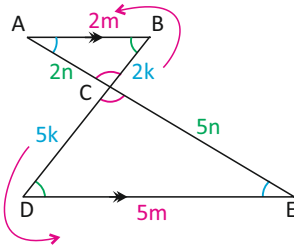


- 3) **Kelebek Benzerliği:** Paralel iki doğru parçasının çapraz uçları birleştirilirse meydana gelen iki üçgen benzerdir.

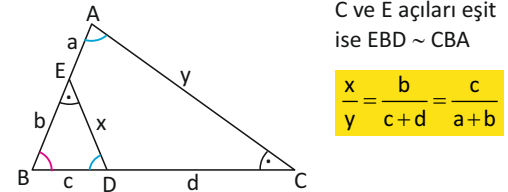


$$\begin{aligned} m(\hat{ACB}) &= m(\hat{DCE}) \text{ ters açılar} \\ m(\hat{CAB}) &= m(\hat{CED}) \text{ içters açılar} \\ m(\hat{CBA}) &= m(\hat{CDE}) \text{ içters açılar} \end{aligned} \Rightarrow ABC \sim EDC$$

- Yine orantı katsayısı kullanılabilir.

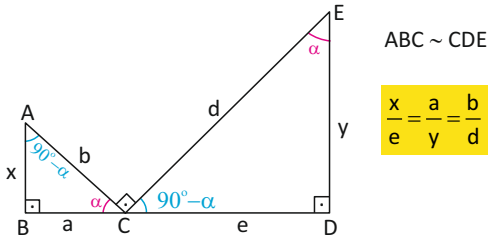


- 4) **Kesik Üçgen Benzerliği:** Bir üçgenin bir köşesinden iki açı eşit olacak biçimde bir üçgen çizilirse bu üçgenler benzer üçgenlerdir.



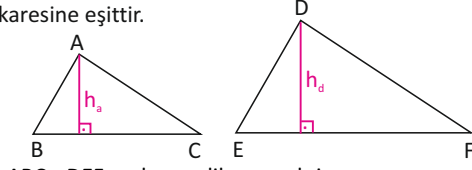
- Özellikle dik üçgenlerde kesik üçgen benzerliği ile çok karşılaşılr.

- 5) **Üç Dikme Benzerliği:**



- Üç dikme benzerliği ile dikdörtgen, kare, dik yamuk ve koordinat düzleminde çokça karşılaşılr.

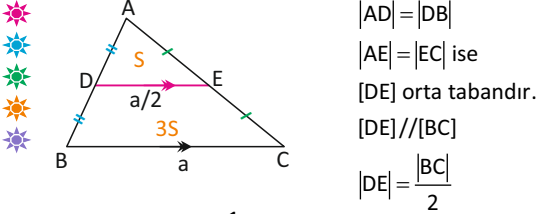
- 6) İki üçgen benzer ise karşılıklı kenarların, yüksekliklerin, açıortayların, kenarortayların ve çevrelerinin oranı benzerlik oranına, alanların oranı ise benzerlik oranının karesine eşittir.



$ABC \sim DEF$ ve benzerlik oranı k ise

$$\frac{h_a}{h_d} = k, \quad \frac{n_A}{n_D} = k, \quad \frac{V_a}{V_d} = k, \\ \frac{\text{Ç}(ABC)}{\text{Ç}(DEF)} = k, \quad \frac{A(ABC)}{A(DEF)} = k^2$$

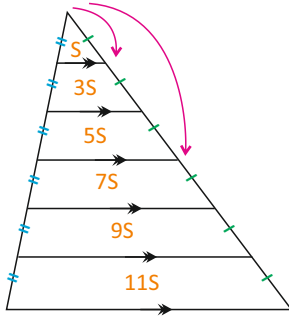
- 7) **Orta Taban:** Bir üçgende iki kenarın orta noktası birleştirilirse orta taban elde edilir. Orta taban tabana paralel ve uzunluğu tabanın yarısı kadardır.



Benzerlik oranı $k = \frac{1}{2}$ olduğundan alanlar oranı

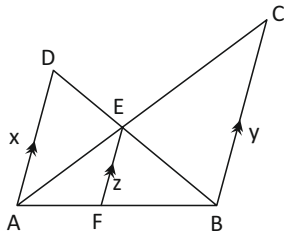
$$k^2 = \frac{1}{4} \text{ ise } A(ADE) = S \text{ ve } A(ABC) = 4S \text{ olmalıdır.}$$

- Bir üçgenin bir kenarına eşit aralıklarla paraleller çizilirse:



Üstteki üçgen ile üçüncü üçgen arasındaki benzerlik oranı $k = \frac{1}{3}$ ve alanlar oranı $k^2 = \frac{1}{9}$

- 8) **Yarı Harmonik Taban:**

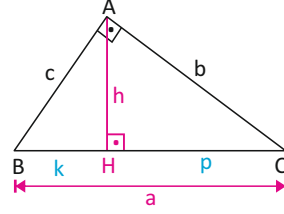


$$[AD]//[FE]//[BC]$$

$$z = \frac{x \cdot y}{x + y}$$

- 9) **Euclides Bağlantıları:**

Bir dik üçgende 90° lik köşeden yükseklik çizildiğinde yüksekliğin uzunluğu, sağ ve sol parçaların uzunluklarının geometrik ortasıdır.



Yükseklik Bağlantıları:

$$h = \sqrt{k \cdot p}$$

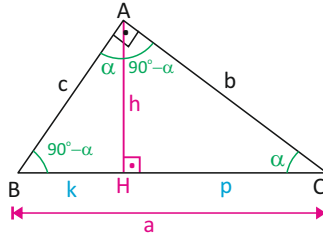
$$h = \frac{b \cdot c}{a}$$

Dik kenar Bağlantıları:

$$b^2 = p \cdot a$$

$$c^2 = k \cdot a$$

Euclides bağlantısının ispatı:



$AHB \sim CHA$ olduğundan

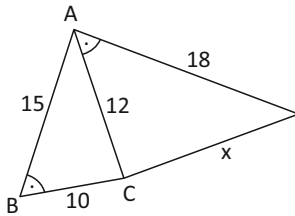
$$\frac{k}{h} = \frac{h}{p} = \frac{c}{b}$$

$$h^2 = k \cdot p \Rightarrow h = \sqrt{k \cdot p}$$

$$\frac{k}{p} = \frac{c^2}{b^2}$$

- Büyük üçgen ile benzerlik yazılırsa dik kenar bağlantıları bulunur.

ÖRNEK:



Yandaki gibi iki üçgende birer açı eşit olarak verilmişse kosinüs teoremi veya KAK benzerliği düşünülebilir.

Eşit açıları oluşturan kenarlardan biri diğerinin 1,5 katı olduğundan KAK benzerliği işletilebilir.

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} \Rightarrow x = 14,4 \text{ br olur.}$$

UYGULA:

Paralelliğin olduğu her yerde benzerlik kuralları aklınızda bulunsun. Paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare, dikdörtgen ve yamuğun karşılıklı kenarları paralel olduğundan bu şekillerle birlikte paralelliği ve benzerliği düşünün.

Benzerlik problemlerini çözerken genellikle AAA kuralından faydalanılır. Ancak sadece iki açı eşit olarak verilmişse KAK kuralını arayınız.

Orantının özelliklerini kullanmayı ihmal etmeyiniz.