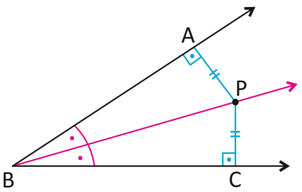
Açıortay ve Açıortay Merkezinin Özellikleri:

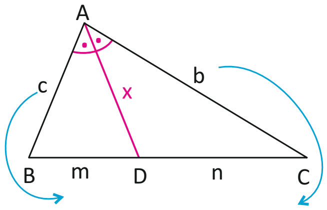
1) Açıortay üzerinde bulunan bir noktadan kollara indirilen dikmelerin uzunlukları eşittir.



$[PA] \perp [PC]$
ise
$|PA| = |PC|$

PAB ve PCB
eş üçgenlerdir
$PAB \cong PCB$

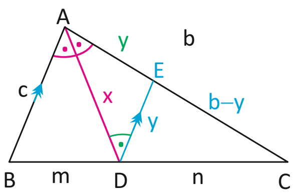
2) **İç Açıortay Teoremi**: Bir üçgende açıortay çizildiğinde karşı kenarı, diğer iki kenar oranında böler. Açıortayın kenar üzerinde ayırdığı parçaların, kenarlara oranı eşittir.



$$\frac{c}{m} = \frac{b}{n}$$
$$x = \sqrt{|b.c - m.n|}$$

Kenarların kendi tarafında kalan parçalara oranı alınırsa bu oranlar eşittir.

İç Açıortay teoreminin ispatı:

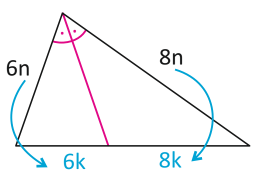


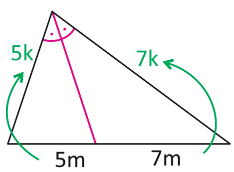
[DE] // [BA] olacak biçimde [DE] çizilirse Z kuralından $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ADE})$ olur ki AED ikizkenar üçgendir.

T1 ve T2 benzerlikleri işletilirse

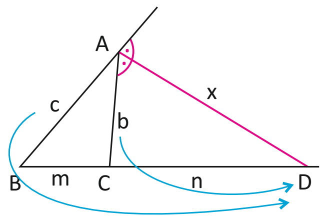
$$\left.\begin{array}{l} \frac{y}{c} = \frac{b-y}{b} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{b-y}{y} \\ \frac{n}{b-y} = \frac{m}{y} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{b-y}{y} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{n}{m}$$

İç açıortay teoreminde de orantı katsayısı kullanılabilir.



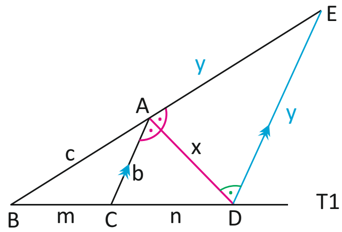


3) **Dış Açıortay Teoremi**: Üçgende dış açıortay çizilirse tıpkı iç açıortayda olduğu gibi kenarların kendi taraflarındaki parçalara oranı alınırsa bu oranlar eşit olur.



$$\frac{c}{m+n} = \frac{b}{n}$$
$$x = \sqrt{|b.c - n.(m+n)|}$$

Dış açıortay teoreminin ispatı:

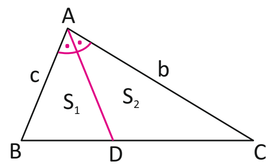


[DE] // [CA]
olacak biçimde
[DE] çizilirse
AED ikizkenar
üçgen olur.

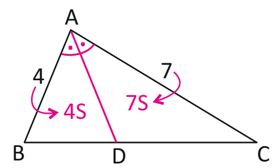
T1 ve T2 teoremlerinden

$$\left.\begin{array}{l} \frac{c}{m} = \frac{y}{n} \Rightarrow y = \frac{c.n}{m} \\ \frac{b}{y} = \frac{m}{m+n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{b}{\frac{c.n}{m}} = \frac{m}{m+n} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{n}{m+n}$$

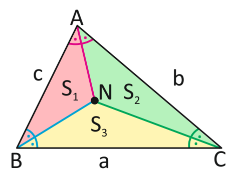
4) Açıortay üçgenin alanını kenarlar oranında böler.



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{c}{b}$$
$$\frac{S_1}{b} = \frac{S_2}{c}$$



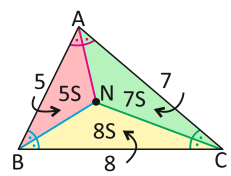
5) Açıortaylar, açıortay merkezine kadar çizilirse oluşan üçgenlerin alanları kenarlar oranında dağılır.



N açıortay

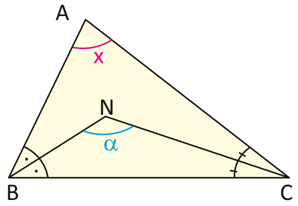
merkezi

$$\frac{S_1}{c} = \frac{S_2}{b} = \frac{S_3}{a}$$



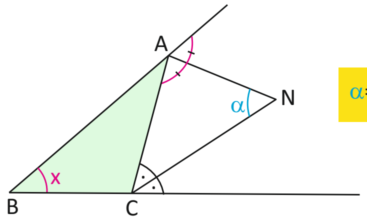
6) Açıortayların oluşturduğu açılar:

- İki iç açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü açının ölçüsünün yarısının 90° fazlasıdır.



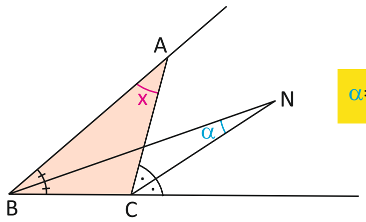
$$\alpha = 90^\circ + \frac{x}{2}$$

- İki dış açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü açının ölçüsünün yarısının tümleyenidir.



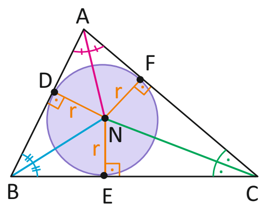
$$\alpha = 90^\circ - \frac{x}{2}$$

- Bir iç bir dış açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, üçüncü açının ölçüsünün yarısıdır.



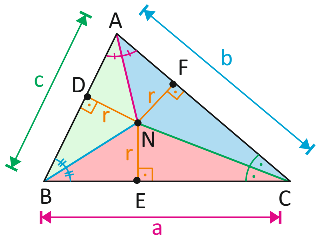
$$\alpha = \frac{x}{2}$$

- Üç açıortay (ister iç ister dış) daima tek noktada kesişir. Bu nokta açıortay merkezidir. Açıortay merkezi üçgenin içinde ise iç teğet, üçgenin dışında ise dış teğet çemberin merkezidir.



|AD|=|AF|
|BD|=|BE|
|CE| =|CF|

- Üçgenin alanı, iç teğet çemberin yarı çapı ile yarı çevre uzunluğunun çarpımına eşittir.

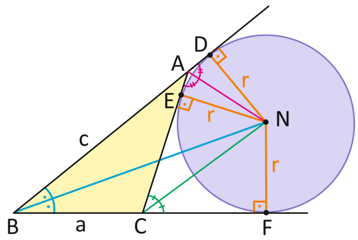


A(BNC)=0,5.a.r
A(CNA)=0,5.b.r
+ A(ANB)=0,5.c.r
A(ABC)=0,5.(a+b+c).r

$u=\frac{a+b+c}{2}$ alınırsa

A(ABC)=u.r

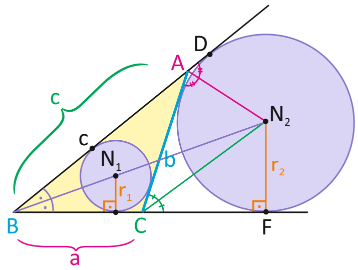
- **Dış teğet çember:**



[AN] ve [CN]
dış açıortaylar
|AE| = |AD|
|CE| = |CF|

A(ABN)=0,5.c.r
A(BCN)=0,5.a.r
A(ACN)=0,5.b.r
$\Rightarrow$ A(ABC)=A(ABN)+A(BCN)–A(ACN)
=0,5.(a+c–b).r

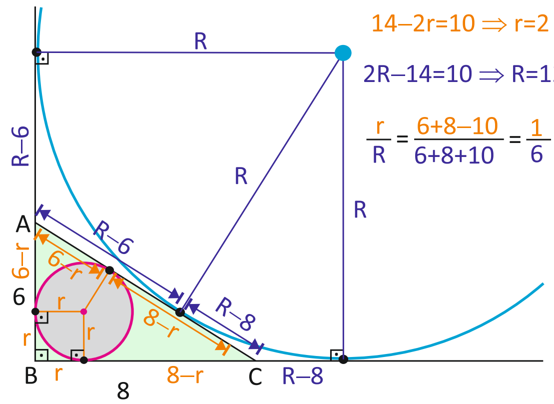
-



[AN] ve [CN]
dış açıortaylar
|AE| = |AD|
|CE| = |CF|

A(ABC)=0,5.(a+b+c).r_1=0,5.(a+c–b).r_2 $\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{a+c-b}{a+c+b}$

- **6-8-10 üçgeninde**



14–2r=10 $\Rightarrow$ r=2

2R–14=10 $\Rightarrow$ R=12

$$\frac{r}{R} = \frac{6+8-10}{6+8+10} = \frac{1}{6}$$