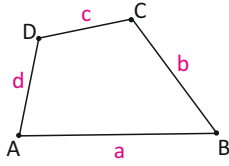
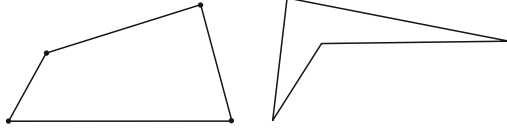


DÖRTGENLER:

- ☀ Herhangi üçü doğrusal olmayan düzlemsel dört noktanın ardışık olarak doğru parçalarıyla birleştirilse elde edilen kapalı şekildir.

Aynı düzlem içerisinde bulunan dört doğru parçasının uc uca eklenmesiyle elde edilen kapalı şekildir.



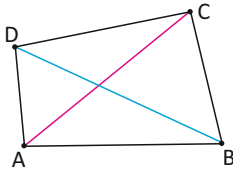
A, B, C, D : köşe noktalar;
 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$: iç açılar;
 [AB], [BC], [DC], [DA]
 kenarlarıdır.

- İç açılar toplamı 360° dir.
 $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$

- Dış açılar toplamı 360° dir.
 $m(\hat{A}') + m(\hat{B}') + m(\hat{C}') + m(\hat{D}') = 360^\circ$

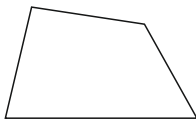
Köşegen:

- ☀ Çapraz iki köşeyi birleştiren doğru parçasıdır.

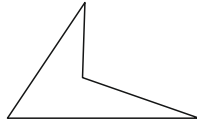


[AC] ve [BD]
 köşegenlerdir.
 $|AC| = e$
 $|BD| = f$

- Dörtgenlerde aksi bir durum olmadıkça e ve f harfleri ile köşegenlerin uzunlukları kast edilir.

Dışbükey-İçbükey Dörtgen:

Dışbükey Dörtgen
(Konveks Dörtgen)



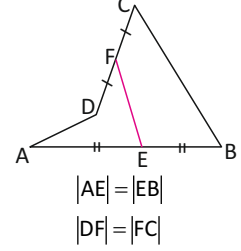
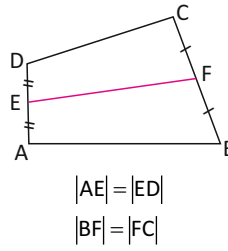
İçbükey Dörtgen
(Konkav Dörtgen)

- İç açılarının hepsi 180° den küçük ise dışbükey, bir iç açı 180° den büyükse içbükeydir.

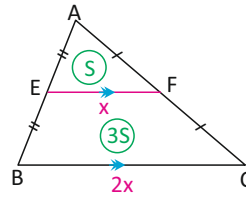
Köşegenlerden biri çizildiğinde köşegenin tamamı dörtgenin iç bölgesinde kalıyorsa dışbükey, bir kısmı dışarıda kalıyorsa içbükey dörtgendir.

Orta Taban:

- ☀ Bir dörtgende ardışık olmayan iki kenarın orta noktasını birleştiren doğru parçasıdır.



[EF] orta taban

☀ Hatırlayalım: Üçgende Orta Taban

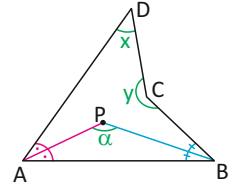
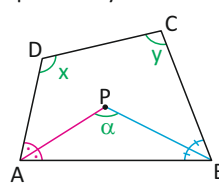
$|AE| = |EB|$
 $|AF| = |FC|$
 [EF] orta taban
 $[EF] // [BC]$
 $|EF| = \frac{|BC|}{2}$

$AEF \sim ABC$

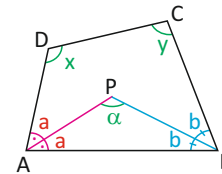
Benzerlik oranı $k = \frac{1}{2}$, alanlar oranı $k^2 = \frac{1}{4}$
 $A(AEF) = S \Rightarrow A(ABC) = 4S \Rightarrow A(EBCF) = 3S$

Dörtgenlerin Özellikleri:

- 1) Bir dörtgende ardışık iki köşedeki iç açıortaylar çizilirse oluşan açının ölçüsü, diğer iki köşedeki iç açılarının ölçülerinin toplamının yarısıdır.



$$m(\hat{APB}) = \alpha = \frac{x+y}{2}$$

İspat:

APB üçgeninde :

$$a + b + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow a + b = 180^\circ - \alpha$$

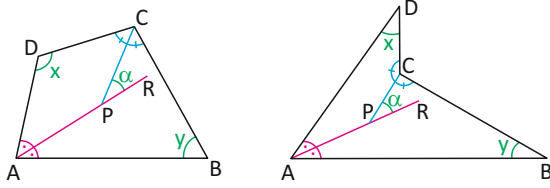
ABCD dörtgeninde :

$$2a + 2b + x + y = 360^\circ$$

$$\underbrace{2a + 2b}_{360 - 2\alpha} + x + y = 360^\circ \Rightarrow x + y - 2\alpha = 0^\circ$$

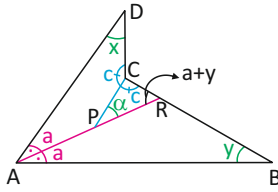
$$\Rightarrow \alpha = \frac{x+y}{2}$$

- 2) Bir dörtgende çapraz iki köşedeki iç açıortaylar çizilirse oluşan dar açının ölçüsü, diğer iki köşedeki iç açılardan ölçülerinin farkının yarısıdır.



$$m(\hat{CPR}) = \alpha = \frac{|x - y|}{2}$$

İspat:



CPR üçgeninde :

$$\alpha + a + c + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow a + c = 180^\circ - y - \alpha$$

ABCD dörtgeninde :

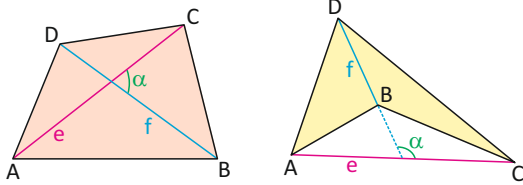
$$x + y + 2a + 2c = 360^\circ$$

$$x + y + \frac{2a + 2c}{360^\circ - 2y - 2\alpha} = 360^\circ \Rightarrow x - y - 2\alpha = 0^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{x - y}{2}$$

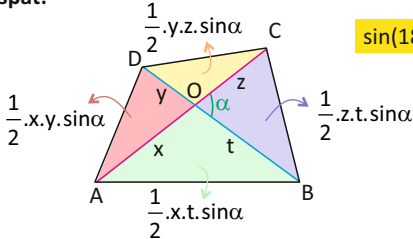
3) Dörtgenin Alanı:

Köşegenlerin uzunlukları ile köşegenlerin oluşturduğu açının sinüsünün çarpımının yarısıdır.



$$|AC| = e \text{ ve } |BD| = f \Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin \alpha$$

İspat:



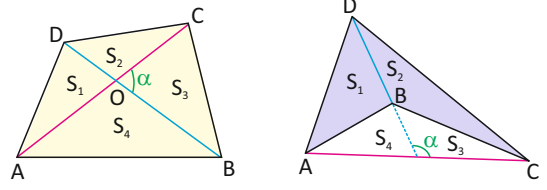
$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Dört tane üçgenin alanı toplanırsa dörtgenin alanını verir.

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot [x \cdot y + y \cdot z + z \cdot t + t \cdot x]$$

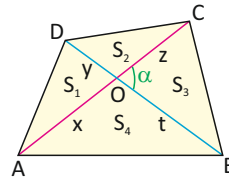
$$= \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \underbrace{(x + z)}_e \cdot \underbrace{(y + t)}_f = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin \alpha$$

- 4) Bir dörtgende köşegenler çizildiğinde oluşan 4 üçgen için karşılıklı alanların çarpımı eşittir.



$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

İspat:



$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin \alpha \quad S_2 = \frac{1}{2} \cdot y \cdot z \cdot \sin \alpha$$

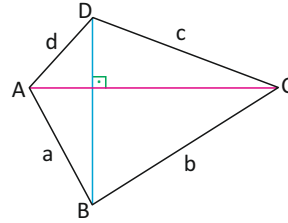
$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot z \cdot t \cdot \sin \alpha \quad S_4 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot t \cdot \sin \alpha$$

Taraf tarafa çarpılırsa :

$$\left. \begin{aligned} S_1 \cdot S_3 &= \frac{1}{4} \cdot x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot \sin^2 \alpha \\ S_2 \cdot S_4 &= \frac{1}{4} \cdot x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot \sin^2 \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

5) Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerde

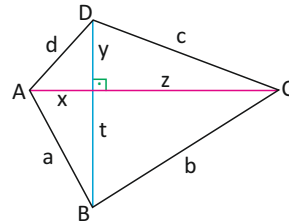
- 1) karşılıklı kenarların kareleri toplamı eşittir.
- 2) alan, köşegenler çarpımının yarısıdır.



$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

$$A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$$

İspat:



$\sin 90^\circ = 1$ olduğundan

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin \alpha = \frac{e \cdot f}{2}$$

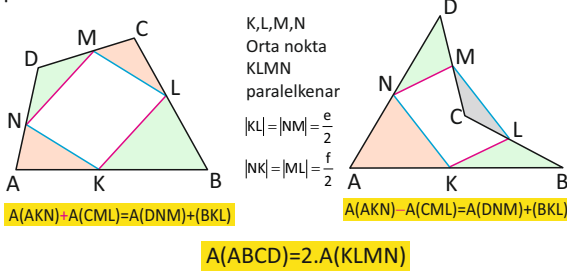
$$a^2 = x^2 + t^2 \quad b^2 = z^2 + t^2$$

$$c^2 = y^2 + z^2 \quad d^2 = x^2 + y^2$$

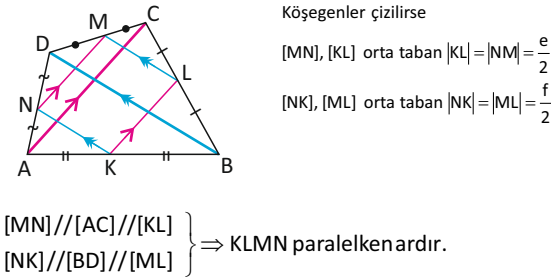
Taraf tarafa toplarsak :

$$\left. \begin{aligned} a^2 + c^2 &= x^2 + t^2 + y^2 + z^2 \\ b^2 + d^2 &= z^2 + t^2 + x^2 + y^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

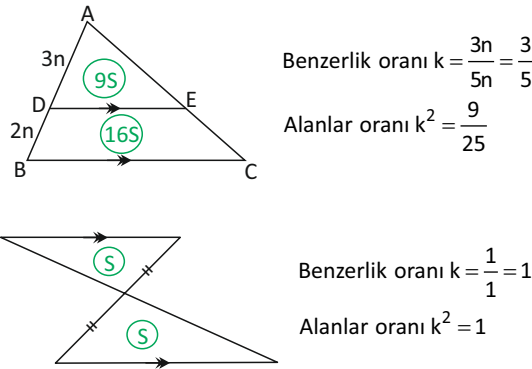
- 6) Bir dörtgende kenarların orta noktaları peş peşe birer doğru parçası ile birleştirilirse oluşan dörtgen bir paralelkenardır.



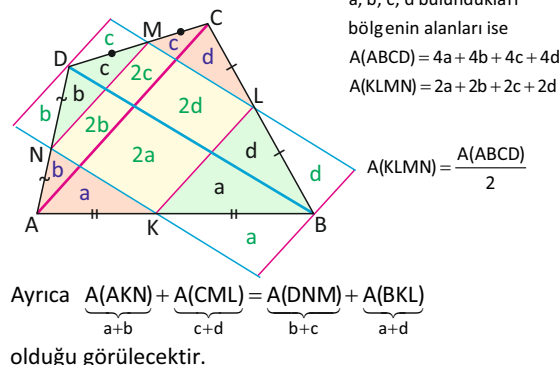
İspat:



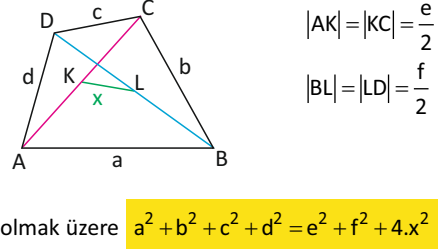
Hatırlayalım: Benzerlik Özelliklerini



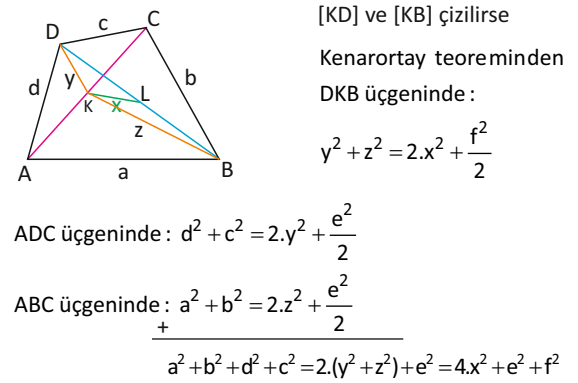
[NK] ve [ML] kenarları uzatılıp üçgende orta tabanın özelliği kullanılırsa:



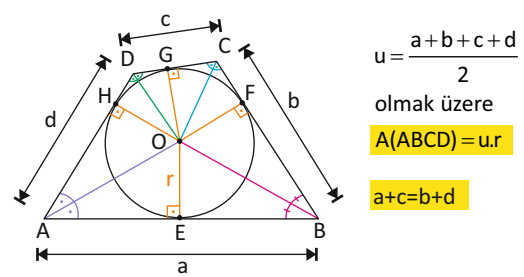
- 7) Köşegenlerin orta noktalarını birleştiren doğru parçasının uzunluğu hesaplanabilir.



İspat:



- 8) İç açıortayların kesim noktası iç teğet çemberin merkezidir.



İspat: Üçgende olduğu gibi alanlar yazılıp toplanırsa bu sonuca ulaşılabilir.

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(OAB) + A(OBC) + A(OCD) + A(DOA) \\ &= \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2} + \frac{d \cdot r}{2} \\ &= \frac{a+b+c+d}{2} \cdot r \\ &= u \cdot r \end{aligned}$$